



Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum Übung

Zu Beginn des Jahres 2000 betrug die Bevölkerungszahl in Deutschland rund 82 Millionen Menschen. Die jährliche Zunahme beträgt 0,2 %.

- a) Begründen Sie, dass die Bevölkerungsentwicklung in Deutschland durch die Exponentialfunktion $B(t) = 82\,000\,000 \cdot 1,002^t$ beschrieben werden kann. Die Variable t soll dabei die Zeit in Jahren ab Anfang 2000 darstellen.
- b) Berechnen Sie die voraussichtliche Bevölkerungszahl im Jahr 2030 sowie das Jahr, zu dem sich erwartungsgemäß 90 Millionen Menschen in Deutschland befinden werden.
- c) Bei der Verdoppelungszeit t_D handelt es sich um die Zeit, in der sich die ursprünglich vorhandene Anzahl an Menschen verdoppelt. Ermitteln Sie t_D für die deutsche Bevölkerung.
- d) Skizzieren Sie den Graphen von $B(t)$ für die Jahre 2000 bis einschließlich 2100. Berechnen Sie dazu geeignete Funktionswerte.
- e) Entnehmen Sie dem Graphen das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum zwischen 2000 und 2100.

Allgemeine Exponentialfunktion • Bevölkerungswachstum

Lösung

a)

- Das jährliche Wachstum entspricht einem festen Anteil (0,2%), daher kann von exponentiellem Wachstum gesprochen werden.
- Der Startwert liegt bei $a = 82$ Mio.
- Der Wachstumsfaktor beträgt $b = 1 + 0,002 = 1,002$.

b) $B(30) \approx 87,07$ Mio

$$82 \cdot 1,002^t = 90$$

$$1,002^t = \frac{90}{82}$$

$$t = \log_{1,002} \left(\frac{90}{82} \right) \approx 46,59$$

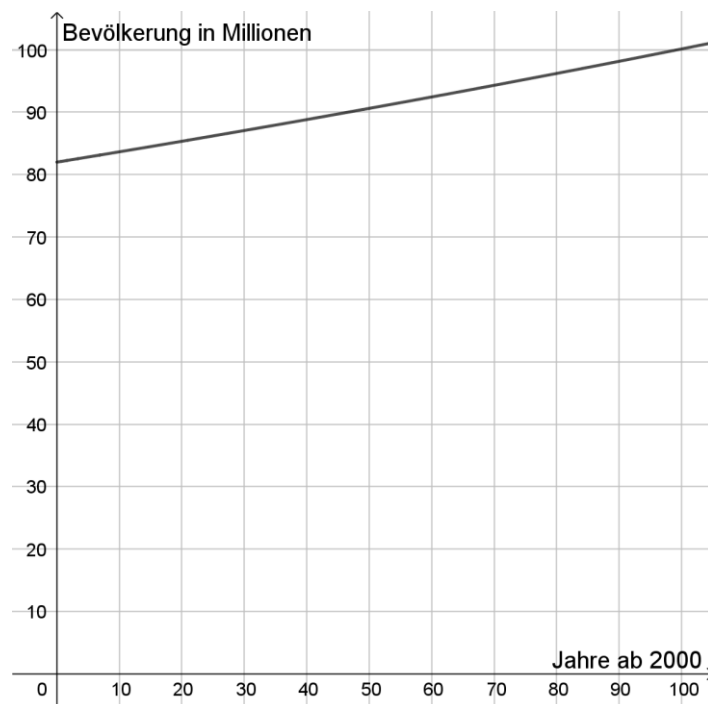
Die Zahl wird voraussichtlich im Jahr 2046 erreicht

c) $82 \cdot 1,002^t = 2 \cdot 82$

$$1,002^t = 2$$

$$t_D = \log_{1,002}(2) \approx 346,92 \text{ (a)}$$

d)



e) $m_S = \frac{B(100) - B(0)}{100 - 0} \approx \frac{100,1 - 82}{100} = 0,181$.

Das durchschnittliche jährliche Bevölkerungswachstum beträgt rund 181 Millionen Menschen pro Jahr.